

# Übung: Algorithmen und Datenstrukturen

## SS 2007

Prof. Lengauer

Sven Apel, Michael Claßen, Christoph Zengler, Christof König

### Blatt 11

– Votierung in der Woche vom 16.07.07–20.07.07 –

## Aufgabe 32 Aufwandsanalyse von InsertionSort

Ermitteln Sie für das folgende Java-Programm (InsertionSort) den Aufwand für den schlechtesten Fall (*worst case*):

```
public static void insertionSort(int[] a) {
    int n = a.length;
    int x;
    int j;

    int k = 0;
    while(k < n - 1) {
        x = a[k + 1];
        j = k;
        while(j >= 0 && x < a[j]) {
            a[j + 1] = a[j];
            j--;
        }
        a[j + 1] = x;
        k++;
    }
}
```

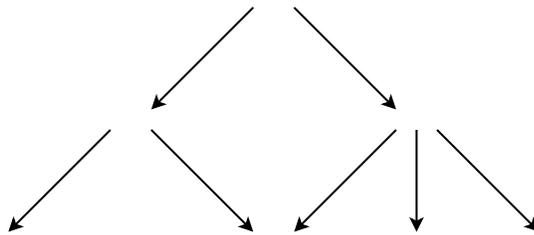
Lösen Sie die folgenden Teilaufgaben:

- (a) Notieren Sie zu jeder Programmzeile die Anzahl der Schritte, die für diese Zeile benötigt werden. Schreiben Sie jeweils dazu, wie sich diese Zahlen zusammensetzen. (Tipp: Deklarationen wie z. B. `int k`; benötigen 0 Schritte; Zuweisungen, Vergleiche, Elementzugriffe, elementare Operationen, etc. benötigen jeweils einen Schritt.)

- (b) Geben Sie eine Formel an, die die Anzahl der Schritte des Programms für ein gegebenes Array der Länge  $n$  berechnet.
- (c) Zeichnen Sie einen Funktionsgraphen, der die Abhängigkeit der Schrittzahl ( $y$ -Achse) von der Länge des Eingabe-Arrays ( $x$ -Achse) visualisiert.
- (d) In welcher Aufwandsklasse ( $O$ -Notation) liegt der Algorithmus? Wie würden andere Algorithmen im Vergleich abschneiden? Erklären Sie anhand des Funktionsgraphen.

### Aufgabe 33 Bäume und Heaps

- (a) Gegeben sei der folgende B-Baum mit dem Minimalgrad 2.

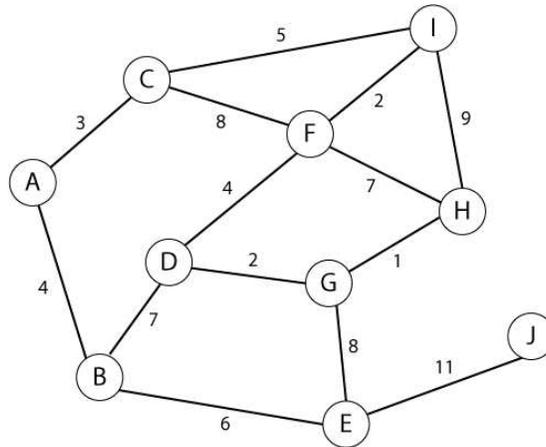


Wie viele Werte (minimal und maximal) kann der B-Baum enthalten?

- (b) Geben Sie die minimale und maximale Anzahl von inneren Knoten eines B-Baumes an, der 9 Blätter besitzt.
- (c) Erklären Sie den Unterschied zwischen den Eigenschaften eines binären Suchbaumes und der Heap-Eigenschaft.

### Aufgabe 34 Graphen

Betrachten Sie folgenden Graphen:



- (a) Führen Sie den Algorithmus von Jarnik und Prim zur Bestimmung des minimalen Spannbaums auf diesem Graphen aus. Geben Sie dabei den Zustand des Rands nach jedem Zwischenschritt an. Starten Sie bei Knoten A. Was ist das Gewicht des minimalen Spannbaums?
- (b) Macht es einen Unterschied, wenn man bei einem anderen Knoten (z.B. F) startet?

### Aufgabe 35 Independent Set in $\mathcal{NP}$ ?

Problem: **Independent Set**

Gegeben: Ein ungerichteter Graph  $G = (V, E)$  und eine natürliche Zahl  $k$ .

Frage: Gibt es eine Menge  $I \subseteq V$  von Knoten, so dass  $|I| \geq k$  und für alle  $u, v \in I : \{u, v\} \notin E$ ?

Zeigen Sie, dass **Independent Set** in  $\mathcal{NP}$  liegt.

### Aufgabe 36 Halteproblem – Zusatzaufgabe

Annahme: es gibt ein Programm `halt`, welches als Parameter die Codierung eines Programms und eine zugehörige Eingabe erhält, um dann zu entscheiden, ob das Programm mit dieser Eingabe hält oder nicht.

Unter dieser Annahme kann man folgendes Programm konstruieren:

```
nohalt(X) {
  if (halt(X,X) == true)
    while (true) {
```

```
}  
}
```

Zeigen Sie, dass es ein Programm `halt` nicht geben kann, indem Sie einen Widerspruch herbeiführen.